Ad-Soyad:
Numara:

01.12.2022

KODLAMA TEORİSİ I ARA SINAV SORULARI

1) $\mathbb{Z}_2$ üzerinde tanımlı bir lineer kodun kontrol matrisi

$$H=\begin{bmatrix} \bar{1} & \bar{1} & \bar{0} & \bar{1} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{1} & \bar{1} & \bar{0} & \bar{1} & \bar{0} \\ \bar{1} & \bar{0} & \bar{1} & \bar{0} & \bar{0} & \bar{1} \end{bmatrix}$$ olsun.

a) $C=?$
b) $[n,k,d]=?$
c) Sendrom arama tablosunu oluşturunuz.
d) $(\bar{1},\bar{0},\bar{0},\bar{1},\bar{1},\bar{0})$, $(\bar{0},\bar{1},\bar{1},\bar{1},\bar{0},\bar{1})$ ve $(\bar{1},\bar{0},\bar{1},\bar{0},\bar{0},\bar{1})$ vektörlerini dekodlayınız.

2) C, $\mathbb{F}_2$ sonlu cismi üzerinde tanımlı $S=\{(1,0,1,1,0),(0,1,1,0,1),(1,1,0,1,1)\}$ kümesi yardımıyla elde edilen (gerilen) bir kod olsun.

a) $[n,k,d]=?$
b) C koduna göre standart sırayı oluşturunuz.

3) C ve D, $\mathbb{F}_q$ üzerinde tanımlı aynı uzunlukta iki lineer kod olsun.

$C+D=\{c+d \mid c\in C, d\in D\}$ bir lineer kod olmak üzere, $(C+D)^{\perp}=C^{\perp}\cap D^{\perp}$ olduğunu gösteriniz.

4) C, $\mathbb{Z}_3$ üzerinde tanımlı bir $[5,3]$ kod olmak üzere, C kodunun üreteç matrisi

$$G=\begin{bmatrix} \bar{1} & \bar{1} & \bar{1} & \bar{0} & \bar{0} \\ \bar{1} & \bar{2} & \bar{0} & \bar{1} & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{2} & \bar{1} & \bar{0} & \bar{1} \end{bmatrix}$$ veriliyor. Buna göre,

a) C'nin dualini bulup, üreteç matrisini belirleyiniz.
b) $d(C^{\perp}) = ?$
c) $D = C \cap C^{\perp}$ ise $D = ?$ D kodunun üreteç matrisini standart formda yazınız.
d) $D^{\perp}$ nin üreteç matrisini yazınız.

BAŞARILAR...

CEVAPLAR

1) a) $G = \begin{bmatrix} 1&0&0&1&0&1 \\ 0&1&0&1&1&0 \\ 0&0&1&0&1&1 \end{bmatrix}$

$C = \left\{ \begin{matrix} 000000 & 010110 & 001011 & 011101 \\ 100101 & 110011 & 101110 & 111000 \end{matrix} \right.$

b) $n=6, \quad k=3, \quad d=3$

c)
000000 $\longrightarrow$ 000
100000 $\longrightarrow$ 101
 $\longrightarrow$ 110
010000 $\longrightarrow$ 011
001000 $\longrightarrow$ 100
000100 $\longrightarrow$ 010
000010 $\longrightarrow$ 001
000001 $\longrightarrow$ 111
100010

d) $S(100110) = 011$ 100110 $\longrightarrow$ 10110
$S(011101) = 000$ 011101 $\longrightarrow$ 011101
$S(101001) = 111$ 101001 $\longrightarrow$ 001011

2) $10110 + 01101 = 11011$

$$S' = \{10110,\ 01101\}$$

a) $n = 5 \quad k = 2 \quad d = 3$

b) $G = \begin{bmatrix} 10110 \\ 01101 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \left\{ \begin{matrix} 00000 & 01101 \\ 10110 & 11011 \end{matrix} \right.$

00000	10110	01101	11011
10000	00110	11101	01011
01000	11110	00101	10011
00100	10010	01001	11111
00010	10100	01110	11001
00001	10111	01100	11010
11000	01110	10101	00011
10001	00111	11100	01010

3) • $\forall x \in (C+D)^{\perp} \Rightarrow \forall v \in C+D$ için $x \cdot v = 0$

$\forall c \in C$ için $\quad c = c + 0 \in C + D$

$\Rightarrow x \cdot c = 0$

$\Rightarrow x \in C^{\perp}$

$\forall d \in D$ için $\quad d = 0 + d \in C + D$

$\Rightarrow x d = 0$

$\Rightarrow x \in D^{\perp}$

$\Rightarrow x \in C^{\perp} \cap D^{\perp}$

• $\forall x \in C^{\perp} \cap D^{\perp} \Rightarrow x \in C^{\perp}$ ve $x \in D^{\perp}$

$\Rightarrow \forall c \in C$ için $x \cdot c = 0$

$\forall d \in D$ için $x d = 0$

$$xc + xd = x(c+d)$$
$$= 0$$
$$\Rightarrow x \in (C+D)^{\perp}$$

4) a) $H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$C^{\perp} = \left\{ \begin{matrix} 00000 & 12012 & 02121 \\ 11100 & 21021 & 10221 \\ 22200 & 01212 & 20112 \end{matrix} \right.$

b) $d(C^{\perp}) = 3$

c) $C \cap C^{\perp} \subseteq C^{\perp}$

$\forall x \in D \Rightarrow x \in C$ ve $x \in C^{\perp}$

$\Rightarrow x \cdot x = 0$

$D = \left\{ \begin{matrix} 00000 \\ 11100 \\ 22200 \end{matrix} \right. \Rightarrow G = [11100]$

d) $H = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$